

isoterme. Dunque : *se sopra una superficie esiste un sistema di curve parallele, ciascuna delle quali abbia la curvatura geodetica costante, queste curve sono anche, isoterme e la superficie è sovrapponibile ad una superficie di rivoluzione.* Si può anche dire che : *quando sopra una superficie esiste un sistema di curve isoterme, le quali sono in pari tempo curve parallele, la superficie è sovrapponibile ad una superficie di rivoluzione i cui paralleli sono le curve trasformate delle anzidette.* Ovvero finalmente, rammentando (art. XVI) che se di due sistemi ortogonali l'uno è isoterma, è tale anche l'altro : *quando sopra una superficie esiste un sistema di linee geodetiche, che sieno in pari tempo linee isoterme, la superficie è sovrapponibile ad una superficie di rivoluzione, i cui meridiani sono le curve trasformate dette geodetiche anzidette.*

Applicheremo la proprietà ora considerata, sotto il suo penultimo enunciato, alla determinazione della forma che deve avere la funzione h di u e di v , affinché l'espressione

$$(50) \quad \frac{du^2 + dv^2}{h} = \epsilon$$

convenga all'elemento di una superficie di rivoluzione. Per tal uopo osserviamo che se $p = \text{cost.}$ è un sistema di curve parallele, si ha (art. IV)

Dovendo questo sistema essere anche isoterma possiamo supporre (art. XVII) che p abbia la forma

$$p = \frac{1}{\sqrt{h}} \left(u^2 + v^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

dove u e v sono funzioni conjugate. Se ne deduce

e quindi

Se la funzione h fosse data, quest'ultima equazione esprimerebbe una condizione imposta alle funzioni u , v , la quale dovrebbe aggiungersi a quelle che derivano dalla natura stessa di queste funzioni. Ma poiché noi cerchiamo la forma che deve avere la funzione h , affinché queste condizioni possano essere simultaneamente soddisfatte, è chiaro che basterà porre

(62)